

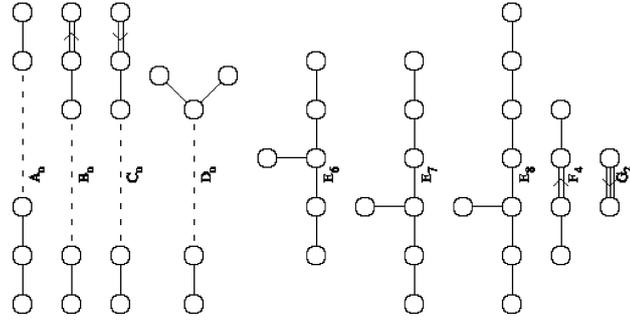
Классификация  
решеток  
Нимейера (по  
Б.Б. Венкову)

Системы корней  
Решетка Лича

# Классификация решеток Нимейера (по Б.Б. Венкову)

12 ноября 2024 г.

# Все схемы Дынкина



Классификация решеток Нильейера (по Б.Б. Венкову)

Системы корней  
Решетка Лича

# Схемы Дынкина неприводимых корневых решеток

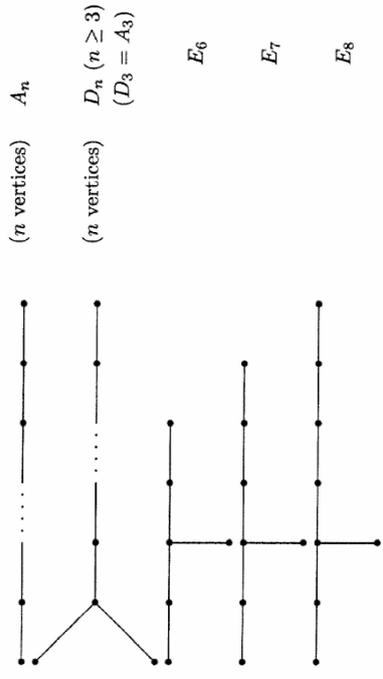


Figure 1.7: Coxeter-Dynkin diagrams of the irreducible root lattices

## Группы $\Gamma/\Gamma^*$ , числа Коксетера

$\Gamma$	$\Gamma^*/\Gamma$	$ \Gamma^*/\Gamma $	$ R $	$h$
$A_n$	$\mathbb{Z}/(n+1)\mathbb{Z}$	$n+1$	$n(n+1)$	$n+1$
$D_n$	$\begin{cases} (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) & n \text{ even} \\ (\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}) & n \text{ odd} \end{cases}$	4	$2n(n-1)$	$2(n-1)$
$E_6$	$\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$	3	72	12
$E_7$	$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$	2	126	18
$E_8$	$\{0\}$	1	240	30

Table 1.1: List of groups  $\Gamma^*/\Gamma$



## Единственность решетки Лича (по Конвею)

Пусть  $\Gamma$  — бескорневая четная унимодулярная решетка в  $\mathbb{R}^{24}$ . Тогда

$$\theta_{\Gamma}(q) = 1 + 196560q^2 + 16773120q^3 + 398034000q^4 + \dots$$

$$c_m = \frac{65520}{691}(\sigma_{11}(m) - \tau(m))$$

$N_{2m} = c_m$  — число векторов в  $\Gamma$  с квадратом  $2m$ .

Классификация  
решеток  
Нимейера (по  
Б.Б. Венкову)

Системы корней  
Решетка Лича





## Единственность решетки Лича (по Конвею)

Пусть  $\Gamma$  — бескорневая четная унимодулярная решетка в  $\mathbb{R}^{24}$ . Тогда

$$\theta_{\Gamma}(q) = 1 + 196560q^2 + 16773120q^3 + 398034000q^4 + \dots$$

$$c_m = \frac{65520}{691}(\sigma_{11}(m) - \tau(m))$$

$N_{2m} = c_m$  — число векторов в  $\Gamma$  с квадратом  $2m$ .

$$\frac{N_0}{1} + \frac{N_4}{2} + \frac{N_6}{2} + \frac{N_8}{48} = 2^{24}$$

$$\binom{24}{5} / \binom{8}{5} = 759$$

$$1 + \binom{24}{1} + \binom{24}{2} + \binom{24}{3} + \binom{24}{6} = 2^{12}$$

Классификация решеток Нимейера (по Б.Б. Венкову)

Системы корней  
Решетка Лича

## Единственность решетки Лича (по Конвею)

Пусть  $\Gamma$  — бескорневая четная унимодулярная решетка в  $\mathbb{R}^{24}$ . Тогда

$$\theta_{\Gamma}(q) = 1 + 196560q^2 + 16773120q^3 + 398034000q^4 + \dots$$

$$c_m = \frac{65520}{691}(\sigma_{11}(m) - \tau(m))$$

$N_{2m} = c_m$  — число векторов в  $\Gamma$  с квадратом  $2m$ .

$$\frac{N_0}{1} + \frac{N_4}{2} + \frac{N_6}{2} + \frac{N_8}{48} = 2^{24}$$

$$\binom{24}{5} / \binom{8}{5} = 759$$

$$1 + \binom{24}{1} + \binom{24}{2} + \binom{24}{3} + \frac{1}{6} \binom{24}{4} = 2^{12}$$

$$2^7 \cdot 759 + 2^{12} \cdot 24 + 2^2 \cdot \binom{24}{2} = 196560$$

Классификация  
решеток  
Нимейера (по  
Б.Б. Венкову)

Системы корней  
Решетка Лича