

Вайнштейновы многообразия: План курса

5 июля 2018 г.

1) Введение в многообразия Вайнштейна

- Введение: симплектические структуры, примеры. Теоремы Дарбу, Мозера. Группа симплектоморфизмов и пространство модулей. Лагранжевы подмногообразия. Теорема Вайнштейна. Почти комплексные структуры, существование и единственность с точностью до гомотопии.
- Целогичленные симплектические структуры, категория Вайнштейна, геометрическое квантование.
- Теорема Дональдсона-Жиру о дивизоре.
- Вайнштейновы многообразия: определения, примеры. Теорема Мозера. Пространство модулей.
- Топология Вайнштейновых многообразий. Лагранжев скелет, разложения на ручки.

2) Гибкость

- h -принцип. Лемма о голоморфной аппроксимации. Аппроксимация форм замкнутыми, теорема Громова о существовании симплектической структуры на четномерном открытом многообразии.
- h -принцип Мерфи для loose legendrians. Гибкие вайнштейновы структуры, h -принцип для них. Описание пространства модулей гибких структур.
- Штейновы многообразия. h -принцип для комплексных структур. Определение пространства модулей штейновых многообразий, его характеристика. Теорема Элиашберга о топологическом описании многообразий, допускающих штейнову структуру.
- Топологические и симплектические расслоения Лефшица. Оснащения, исчезающие и matching циклы. Описание Гомфа-Зайделя симплектической структуры на тотальном пространстве. Теорема Жиру-Пардона.
- АНОНС (доказательство в частях 2-3). Теоремы существования попарно-несимплектоморфных вайнштейновых структур: Майданский-Зайдель, МакЛейн, Абузаид-Зайдель. Конструкции - через расслоения Лефшица. Вопрос: как различать вайнштейновы структуры.

3) Гамильтоновы гомологии Флоера

- Гамильтоновы гомологии Флоера на компактном многообразии. Напоминание про комплекс Морса. Лагранжиан на пространстве петель. Вычисление уравнения градиентных потоков.
- Описание пространства модулей градиентных путей. Структура гладкого многообразия, вычисление размерности по теореме об индексе. [ЛЕКЦИИ МАКДАФФ-САЛАМОНА И ПАСКАЛЕФА <https://faculty.math.illinois.edu>]
- Ориентация на пространстве модулей. Теорема компактности Громова. Виртуальный Фундаментальный класс по Пардону.
- Градуировки
- Инвариантность относительно гамильтониана и почти-комплексной структуры
- Вычисление размерности (PPS изоморфизм), спектральная последовательность Оха, первая гипотеза Арнольда.

4) Симплектические гомологии

- Две конструкции симплектических гомологий. Умножение на гомологиях Флоера
- Фунториальность Витербо.
- Теорема Витербо о кокасательном расслоении.
- Связь с квантовыми когомологиями компактификации Вайнштейнова многообразия. Определения, структура Фробениусова многообразия и тд. Теорема МакЛейна - бирациональные калаби-Яу имеют изоморфные кольца квантовых когомологий.

4) Скрученные гомологии Флоера и категория Фукая

- Опять анализ: лагранжиан на пространстве путей, градиентный поток замечает голоморфный диск.
- Пространство модулей: структура гладкого конечномерного многообразия, ориентация, компактность Громова, виртуальный фундаментальный класс.
- Категорные определения: $\mathcal{A}^\infty$ -категории, функторы. Модули, производная категория. Гомологическая категория от производной триангулирована. Морита-эквивалентность, гомологии Хохшильда.
- Определение категории Фукая, не зависимость от дополнительных выборов

5) Открыто-Замкнутое отображение

- Открыто-замкнутое отображение
- Теорема Абузаида, пример кокасательного расслоения
- Калаби-Яу структура на категории Фукая по Ганатре, гладкая подкатегория порождает все.
- Невырожденность Вайнштейновых многообразий, гомологии Хохшильда изоморфны симплектическим гомологиям.

6) Структурная теория скрученных категорий Фукая

- Скрученная категория тотального пространства расслоения Лефшца описывается через подкатегорию категории Фукая слоя, натянутую на множество исчезающих циклов. Категория Фукая-Зайделя, теорема Зайделя о скручивании Дена, теоремы Бирана-Корни
- Фунториальность Витеорбо для категорий
- Извращенные пучки категорий. Пучок категорий на лагранжевом скелете
- Скрученная категория фукая для лиувилевых секторов. Аксиоматическое определение категории Фукая.
- Стабильности на скрученной категории Фукая